4°/a) La tangente (T) à C_F au point d'abscisse $x_0 = 0$ a pour équation $y = F'(0)x + F(0)$ or $F'(0) = 1$ et $F(0) = 0$ d'où (T) : $y = x$.

b) $g(x) = F(x) - x$.

g est dérivable sur $\mathbf{R}$. $\forall x \in \mathbf{R}$, $g'(x) = F'(x) - 1 = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}} - 1 \leq 0$

car $\forall x \in \mathbf{R}$, $\sqrt{x^4+1} \geq 1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	
$g(x)$	$(+)$	↘	0	↘	$(-)$

d'après le tableau des variations de g, on a :

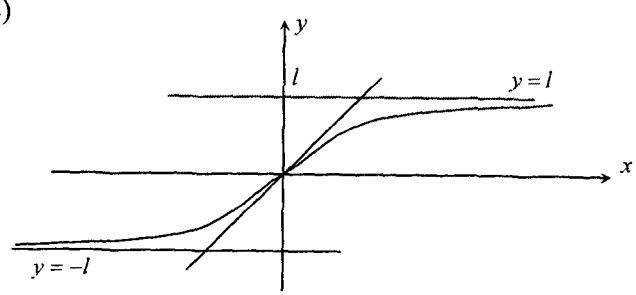
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

donc : • sur $]-\infty, 0[$, C_F est au dessus de (T)

• sur $]0, +\infty[$, C_F est au dessous de (T)

• C_F et (T) se rencontrent au point O(0,0).

c)



Solution 7 :

1°/ a) Soit $f(x) = (\text{tg}\,x)^{n+1}$.

f est dérivable sur $[0, \dfrac{\pi}{4}]$ et $\forall x \in [0, \dfrac{\pi}{4}]$, $f'(x) = (n+1)\text{tg}^n x(1 + \text{tg}^2 x)$.